Examen SIC3601
Contrôle final 1
05/06/2023

NOM et Prénom:

A reporter sur la **feuille de réponses**

Durée : 90 minutes.
Aucun document ni appareil électronique (calculatrice, téléphone,...) n'est autorisé.

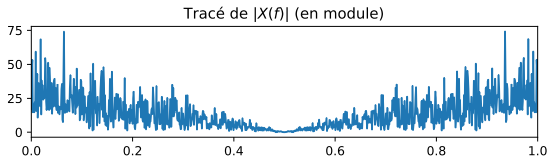
- *Les questions ♣ peuvent avoir une, plusieurs ou aucune bonne(s) réponse(s) et rapportent* `max(0, M - nombre d'erreurs)` *point(s), où* `M` *vaut 2 par défaut et pourra être ajusté si la question se révèle difficile.*
- *Les autres questions ont une unique bonne réponse et rapportent 0 ou 1 point(s).*

Détacher soigneusement la **fiche séparée de réponses** à la fin.
Sur cette dernière, les **bonnes réponses** doivent être **complètement noircies**.
Aucune réponse dans la partie sujet ne sera prise en compte.

---

1 Questions sur TD9

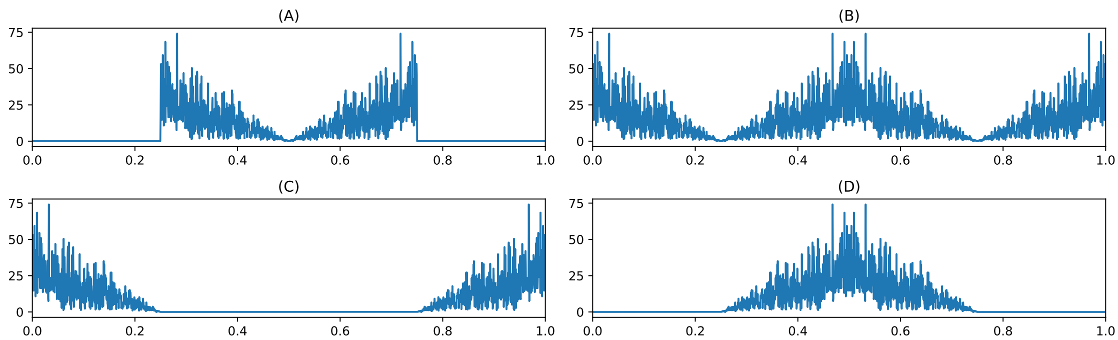
Soit $\mathbf{x} = (x_n)_{n=0}^{N-1}$ un vecteur d'échantillons de taille N et $X(f) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-\mathrm{i}2\pi nf}$ sa transformée de Fourier discrète, tracée ci-dessous.



On définit $\mathbf{y} = (y_p)_{p=0}^{2N-1}$ obtenu en intercalant un zéro entre deux échantillons de $\mathbf{x}$, c'est-à-dire: $\mathbf{y} = [x_0, 0, x_1, 0, x_2, 0, \ldots, x_{N-1}, 0]$. Par ailleurs, on définit $\mathbf{z} = (z_p)_{p=0}^{2N-1}$ le résultat de l'interpolation à une fréquence double des échantillons de $\mathbf{x} = (x_n)_{n=0}^{N-1}$ par un signal bande limitée dont la transformée de Fourier est donnée par $X(f)$. On a donc, pour tout $p = 0, \ldots, N-1$:

$$z_{2p} = x_p \qquad z_{2p+1} = \text{valeur interpolée au milieu entre } x_p \text{ et } x_{p+1}\,.$$

Ce cadre est similaire à celui qui a été vu dans un exercice en TD et les questions portent sur les 4 spectres ci-dessous (notés A, B, C et D) et on rappelle que sur toutes les figures, seul le module est tracé et la fréquence est normalisée ou réduite.



Question 1

- A La transformée de Fourier discrète $Y(f)$ de $\mathbf{y}$ est représentée (en module) sur le tracé (D).
- B La transformée de Fourier discrète $Y(f)$ de $\mathbf{y}$ est représentée (en module) sur le tracé (C).
- C La transformée de Fourier discrète $Y(f)$ de $\mathbf{y}$ est représentée (en module) sur le tracé (A).
- D La transformée de Fourier discrète $Y(f)$ de $\mathbf{y}$ est représentée (en module) sur le tracé (B).

Question 2 A propos des transformées de Fourier discrètes tracées en (A), (B), (C), (D), on peut dire que:

- A (C) provient d'un filtrage numérique passe-haut de (B).
- B (C) provient d'un filtrage numérique passe-bande de (B).
- C (C) provient d'un filtrage numérique coupe-bande de (B).
- D (C) provient d'un filtrage numérique passe-bas de (B).

Question 3

- A La transformée de Fourier discrète $Z(f)$ de $\mathbf{z}$ est représentée (en module) sur le tracé (C).
- B La transformée de Fourier discrète $Z(f)$ de $\mathbf{z}$ est représentée (en module) sur le tracé (A).
- C La transformée de Fourier discrète $Z(f)$ de $\mathbf{z}$ est représentée (en module) sur le tracé (D).
- D La transformée de Fourier discrète $Z(f)$ de $\mathbf{z}$ est représentée (en module) sur le tracé (B).

2 Questions indépendantes

Question 4 ♣ Un filtre numérique défini par sa réponse impulsionnelle $(h_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ ou sa fonction de transfert en z $H[z]$ est stable et causal si et seulement si:

- A $h_n = 0$ pour tout $n < 0$ et $\lim_{n\to+\infty} h_n = 0$.
- B Le domaine de convergence de $H[z]$ est le disque unité.
- C $h_n = 0$ pour tout $n < 0$ et $\sum_{n\in\mathbb{Z}} |h_n|$ est fini.
- D Le domaine de convergence de $H[z]$ est le complémentaire d'un disque et le cercle unité appartient à ce domaine de convergence.
- E Le domaine de convergence de $H[z]$ est un disque et le cercle unité appartient à ce domaine de convergence.
- F *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 5 Soient $(x(t))_{t\in\mathbb{R}}$ et $(y(t))_{t\in\mathbb{R}}$ deux signaux à temps continu. On note $z = x \star y$ leur produit de convolution.

- A On a $z(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\theta)y(t-\theta)\,d\theta$ et aussi $z(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} y(\theta)x(t-\theta)\,d\theta$.
- B On a $z(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\theta)y(\theta-t)\,d\theta$ et aussi $z(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} y(\theta)x(\theta-t)\,d\theta$.
- C On a $z(t) = x(t)y(t)$, ce qui est conforme avec le fait que le produit de convolution est commutatif.
- D On a $z(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\theta)y(t-\theta)\,d\theta$ mais, sauf cas particulier, $z(t) \neq \int_{-\infty}^{+\infty} y(\theta)x(t-\theta)\,d\theta$.

Question 6 Dans la chaîne de communication d'une station radio:

- A Le signal hertzien émis par l'antenne d'une station de radio est un signal bande étroite.
- B Le signal hertzien capté par l'antenne du poste radio en réception est un signal large bande.
- C Le signal hertzien émis par l'antenne d'une station de radio est haute fréquence, tandis que le signal reçu à l'antenne du poste radio est basse fréquence.
- D Le signal hertzien émis par l'antenne d'une station de radio est un signal large bande.

Question 7 ♣ La transformée de Fourier discrète d'un vecteur $\mathbf{x} = (x_0, \ldots, x_{N-1})^\top$:

- A ne peut se calculer que si N est une puissance de 2.
- B calcule le produit matriciel ci-dessous:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & w & w^2 & \cdots & w^{N-1} \\ 1 & w^2 & w^4 & \cdots & w^{2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & w^{N-1} & w^{2(N-1)} & \cdots & w^{(N-1)^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{N-1} \end{pmatrix} \qquad \text{avec: } w = e^{-\mathrm{i}2\pi/N}\,.$$

- C évalue les valeurs de la fonction $X(f) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-\mathrm{i}2\pi f n}$ pour f prenant respectivement les valeurs $0, \frac{1}{N}, \frac{2}{N}, \ldots, \frac{N-1}{N}$.
- D est définie par:

$$X(f) = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-\mathrm{i}2\pi f n}\,.$$

- E *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 8 Soit $(x(t))_{t\in\mathbb{R}}$ un signal d'énergie $E_x = \int_{\mathbb{R}} |x(t)|^2\, dt$ supposée finie. On note $X(f)$ sa transformée de Fourier et on suppose

$$\int_{\mathbb{R}} x(t)\, dt = 0 \quad \text{et} \quad \int_{\mathbb{R}} X(f)\, df = 0\,.$$

Enfin, on note

$$T = \left(\int_{\mathbb{R}} t^2 \frac{|x(t)|^2}{E_x}\, dt\right)^{1/2} \quad \text{et} \quad B = \left(\int_{\mathbb{R}} f^2 \frac{|X(f)|^2}{E_x}\, df\right)^{1/2}\,.$$

Sous quelques hypothèses techniques, on peut prouver que:

- A Il existe une constante telle que $BT \geq$ cste.
- B Il existe une constante telle que $BT \leq$ cste.
- C Il existe une constante telle que $BT =$ cste.
- D On a $BE_x = T$.
- E Il existe une constante telle que $\frac{B}{T} \leq$ cste.

Question 9 Soit $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ un signal dont l'expression de la transformée en z est donnée par $X[z] = \frac{1}{1-az^{-1}}$ (où $a \in \mathbb{C}$ est fixé).

- A Si le domaine de convergence de $X[z]$ est $\{z \in \mathbb{C} \,|\, |z| < |a|\}$, alors $x_n = \begin{cases} 0 & \text{si } n \geq 0, \\ -a^n & \text{si } n < 0. \end{cases}$
- B Sans autre information sur $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$, on sait que sa transformée en z converge sur le domaine $\{z \in \mathbb{C} \,|\, |z| > |a|\}$.
- C Si le domaine de convergence de $X[z]$ est $\{z \in \mathbb{C} \,|\, |z| > |a|\}$, alors $x_n = \begin{cases} 0 & \text{si } n \geq 0, \\ -a^n & \text{si } n < 0. \end{cases}$
- D Si le domaine de convergence de $X[z]$ est $\{z \in \mathbb{C} \,|\, |z| < |a|\}$, alors $x_n = \begin{cases} a^n & \text{si } n \geq 0, \\ 0 & \text{si } n < 0. \end{cases}$

Question 10 Pour définir une densité spectrale de puissance d'un signal aléatoire, il faut que:

- A Le module de la transformée de Fourier du signal soit borné.
- B Ce signal soit stationnaire au sens large.
- C Toutes les trajectoires du signal soient d'énergie finie.
- D La transformée de Fourier du signal soit ergodique.

Question 11 ♣ La transformée de Hilbert du signal défini pour tout $t \in \mathbb{R}$ par $x(t) = \cos(2\pi f_0 t)$ (où f_0 est une constante positive):

- A vaut $\widehat{x}(t) = \sin(2\pi f_0 t)$. Le signal analytique associé à $(x(t))_{t\in\mathbb{R}}$ est alors bien $e^{\mathrm{i}2\pi f_0 t} = x(t) + \mathrm{i}\widehat{x}(t)$.
- B vaut $\widehat{x}(t) = \frac{1}{2\mathrm{i}}\Big(\delta(f-f_0) - \delta(f+f_0)\Big)$. En effet, on peut écrire $x(t) = \frac{1}{2\mathrm{i}}(e^{\mathrm{i}2\pi f_0 t} - e^{-\mathrm{i}2\pi f_0 t})$ et on sait que la transformée de Hilbert de l'exponentielle est un Dirac, noté δ.
- C vaut $\widehat{x}(t) = \frac{1}{2}(e^{\mathrm{i}2\pi f_0 t - \mathrm{i}\pi/2} + e^{-\mathrm{i}2\pi f_0 t + \mathrm{i}\pi/2})$. En effet, on peut écrire $x(t) = \frac{1}{2}(e^{\mathrm{i}2\pi f_0 t} + e^{-\mathrm{i}2\pi f_0 t})$ et on sait que la transformée de Hilbert d'une exponentielle pure est obtenue par un déphasage pur de $-\pi/2$ si pour une fréquence positive et $+\pi/2$ pour une fréquence négative.
- D vaut $\widehat{x}(t) = \frac{1}{2}\Big(\delta(f-f_0) + \delta(f+f_0)\Big)$. En effet, on peut écrire $x(t) = \frac{1}{2}(e^{\mathrm{i}2\pi f_0 t} + e^{-\mathrm{i}2\pi f_0 t})$ et on sait que la transformée de Hilbert de l'exponentielle est un Dirac, noté ici δ.
- E *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 12 Soit $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ un signal d'énergie finie notée E_x. On note $(\gamma_x(k))_{k\in\mathbb{Z}}$ sa fonction d'autocorrélation en énergie et $\Gamma_x(f)$ sa densité spectrale d'énergie.

- A $E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma_x(f)\, df$.
- B $\Gamma_x(f) = \left|\sum_{n\in\mathbb{Z}} x_n e^{-\mathrm{i}2\pi n f}\right|^2$.
- C $\Gamma_x(f) = \sum_{n\in\mathbb{Z}} \left|x_n e^{-\mathrm{i}2\pi n f}\right|^2$.
- D $E_x = \int_0^{+\infty} \Gamma_x(f)\, df$.

Question 13 Pour un signal temps discret $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$, quel lien existe-t-il entre sa transformée en z (notée $X[z]$) et sa transformée de Fourier temps discret (notée $X(f)$)?

- A Lorque l'axe réel pur appartient au domaine de convergence de la transformée en z, on a $X(f) = X[2\pi f]$.
- B La variable z de la transformée en z correspond à la pulsation. z est donc la pulsation de fréquence renormalisée par la fréquence d'échantillonnage f_e, c'est-à-dire $z = 2\pi f/f_e$.
- C Lorque l'axe imaginaire pur appartient au domaine de convergence de la transformée en z, on a $X(f) = X[\mathrm{i}2\pi f]$.
- D Lorsque le cercle unité appartient au domaine de convergence de la transformée en z, on a $X(f) = X[e^{\mathrm{i}2\pi f}]$.

Question 14 Soit le filtre causal défini par sa fonction de transfert en z ci-dessous:

$$H[z] = \frac{1}{1 - 1.5z^{-1} + 0.6z^{-2}}$$

En notant $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ l'entrée et $(y_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ la sortie de ce filtre, quelle est sa relation entrée-sortie?

- A $y_n = x_n - 1.5x_{n-1} + 0.6x_{n-2}$.
- B $y_n = 0.6x_n - 1.5x_{n-1} + x_{n-2}$.
- C $y_n = x_n + 1.5y_{n-1} - 0.6y_{n-2}$.
- D $y_n = x_n - 1.5y_{n-1} + 0.6y_{n-2}$.

Question 15 ♣ Soit $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ un signal aléatoire stationnaire au sens large, à valeurs réelles et dont la densité spectrale de puissance vaut $\Gamma_x(f) = \sigma^2$.

- A La puissance du signal vaut σ^2.
- B La puissance du signal vaut $\int_{\mathbb{R}} \Gamma_x(f)\, df$.
- C Ce signal n'est pas un bruit blanc.
- D Ce signal est un bruit blanc.
- E *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 16 Soit $(x(t))_{t\in\mathbb{R}}$ un signal et $X(f)$ sa transformée de Fourier (ce que l'on note par $x(t) \xrightarrow{\text{TF}} X(f)$). Alors:

- A $\frac{dx(t)}{dt} \xrightarrow{\text{TF}} \mathrm{i}2\pi f X(f)$.
- B $\frac{dx(t)}{dt} \xrightarrow{\text{TF}} \frac{1}{\mathrm{i}2\pi f} X(f)$.
- C $\frac{dx(t)}{dt} \xrightarrow{\text{TF}} \mathrm{i}2\pi \frac{dX(f)}{df}$.
- D $\frac{dx(t)}{dt} \xrightarrow{\text{TF}} \frac{1}{\mathrm{i}2\pi} \frac{dX(f)}{df}$.

Question 17 Un bruit blanc numérique:

- A a une densité spectrale de puissance égale à un Dirac.
- B a pour transformée de Fourier un Dirac.
- C a pour transformée de Fourier une constante.
- D a une densité spectrale de puissance constante.

Question 18 ♣ Soit $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ un signal d'énergie finie notée E_x. On note $(\gamma_x(k))_{k\in\mathbb{Z}}$ sa fonction d'autocorrélation en énergie et $\Gamma_x(f)$ sa densité spectrale d'énergie.

- A $E_x = \sum_{k\in\mathbb{Z}} \gamma_x(k)$.
- B $E_x = \sum_{n\in\mathbb{Z}} |x_n|$.
- C $E_x = \Gamma_x(0)$.
- D $E_x = \sum_{n\in\mathbb{Z}} |x_n|^2$.
- E $E_x = \sum_{k\in\mathbb{Z}} |\gamma_x(k)|^2$.
- F $E_x = \gamma_x(0)$.
- G *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 19 Le domaine de convergence de la transformée en z d'un signal à temps discret $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$:

- A n'a aucun intérêt puisque seule l'expression de la transformée en z nous intéresse.
- B donne une indication sur l'inversibilité de la transformée en z: le cercle unité doit en effet appartenir au domaine de convergence.
- C est vide sauf pour des signaux de durée finie.
- D est important car une même fonction de la variable complexe z considérée sur des domaines de convergence distincts peut être la transformée en z de deux signaux à temps discret distincts.

Question 20 Soient $(x(t))_{t\in\mathbb{R}}$ et $(y(t))_{t\in\mathbb{R}}$ deux signaux d'énergie finie et $X(f)$, $Y(f)$ leurs transformées de Fourier respectives. Alors on a:

- A $\int_{\mathbb{R}} |x(t)y(t)|\, dt = \int_{\mathbb{R}} |X(f)Y(f)^*|\, df$.
- B $\int_{\mathbb{R}} |x(t)y(t)|^2\, dt = \int_{\mathbb{R}} |X(f)Y(f)^*|^2\, df$.
- C $\int_{\mathbb{R}} x(t)y(t)^*\, dt = \int_{\mathbb{R}} X(f)Y(f)^*\, df$.
- D $\int_{\mathbb{R}} |x(t)+y(t)|\, dt = \int_{\mathbb{R}} |X(f)+Y(f)|\, df$.

Question 21 Un filtre numérique défini par sa fonction de transfert en z $H[z]$ ou par sa réponse impulsionnelle $(h_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ est causal si et seulement si:

- A $h_n > 0$ pout tout $n > 0$.
- B $h_n = 0$ pour tout $n < 0$.
- C $H[z] = 0$ pour tout $z < 0$.
- D Le domaine de convergence de $H[z]$ est un disque centré en 0.

Question 22 Soit $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ un signal dont l'expression de la transformée en z est donnée par $X[z] = \frac{1}{1-az^{-1}}$ (où $a \in \mathbb{C}$ est fixé).

- A Sans autre information sur $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$, on sait que sa transformée en z converge sur le domaine $\{z \in \mathbb{C} \,|\, |z| > |a|\}$.
- B Selon $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$, sa transformée en z converge sur l'un ou l'autre des domaines $\{z \in \mathbb{C} \,|\, |z| < |a|\}$ ou $\{z \in \mathbb{C} \,|\, |z| > |a|\}$, mais pas les deux.
- C La transformée en z de $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ converge sur le domaine $\{z \in \mathbb{C} \,|\, z \neq a\}$.
- D Sans autre information sur $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$, on sait que sa transformée en z converge sur le domaine $\{z \in \mathbb{C} \,|\, |z| < |a|\}$.

Question 23 Soit $(y_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ la sortie d'un filtre stable de réponse en fréquence $H(f)$ excité en entrée par un signal $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ aléatoire stationnaire au sens large. On note $\Gamma_x(f)$ (resp. $\Gamma_y(f)$) la densité spectrale de puissance de $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ (resp. $(y_n)_{n\in\mathbb{Z}}$).

- A $(y_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ est un signal aléatoire stationnaire au sens large et $\Gamma_y(f) = |H(f)|\Gamma_x(f)$.
- B $(y_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ est un signal aléatoire stationnaire au sens large et $\Gamma_y(f) = |H(f)|^2\Gamma_x(f)$.
- C $(y_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ est un signal aléatoire stationnaire au sens large et $\Gamma_y(f) = H(f)\Gamma_x(f)$.
- D $(y_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ est un signal aléatoire mais n'est pas stationnaire au sens large. Sa densité spectrale de puissance n'existe pas.

Question 24 Soit un signal aléatoire stationnaire au sens large, à valeurs réelles et dont la densité spectrale de puissance vaut $\Gamma_x(f) = \sigma^2$.

- A La puissance du signal vaut σ^2.
- B La fonction d'autocorrélation du signal est infinie.
- C La fonction d'autocorrélation du signal est identiquement nulle.
- D La puissance du signal vaut $\int_{\mathbb{R}} \Gamma_x(f)\, df$.
- E La puissance du signal est infinie.

Question 25 ♣ Soit $(x(t))_{t\in\mathbb{R}}$ un signal déterministe temps continu à valeurs réelles, bande étroite et de fréquence centrale f_0. On lui associe son signal analytique $(z_x(t))_{t\in\mathbb{R}}$, son enveloppe complexe $(\xi_x(t))_{t\in\mathbb{R}}$, et sa transformée de Hilbert $(\widehat{x}(t))_{t\in\mathbb{R}}$. Indiquer les égalités vraies.

- A $x(t) = \Re[\widehat{x}(t)]$
- B $x(t) = \Re[\xi_x(t)e^{i2\pi f_0 t}]$
- C $x(t) = \Re[\xi_x(t)]$
- D $x(t) = \Re[z_x(t)]$
- E $\xi_x(t) = x(t) + i\widehat{x}(t)$
- F $x(t) = \Re[\widehat{x}(t)e^{i2\pi f_0 t}]$
- G *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 26 Pour qu'un signal à bande limité $[-B, B]$ soit entièrement défini par ses échantillons $x(nT_e)$, prélevés à la fréquence $F_e = \frac{1}{T_e}$, la condition de Shannon-Nyquist indique qu'il faut que:

- A $F_e \geq 2B$
- B $\frac{1}{B} \geq T_e$
- C $\frac{2}{B} \geq T_e$
- D $2\frac{1}{F_e} \geq B$
- E $B \geq \frac{1}{F_e}$
- F $T_e \geq 2B$

Question 27 Pour les signaux aléatoires:

- A La stationnarité au sens large et au sens strict entraînent l'ergodicité.
- B La stationnarité au sens large entraîne la stationnarité au sens strict.
- C La stationnarité au sens strict entraîne la stationnarité au sens large.
- D La stationnarité au sens strict entraîne l'ergodicité.

Question 28 Soit le filtre numérique dont la relation entrée-$(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$/sortie-$(y_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ est donnée par:

$$\forall n \in \mathbb{Z} : \qquad y_n = x_n - \frac{1}{2}x_{n-1}$$

Si l'on note $H(f)$ sa réponse en fréquence, on a:

- A $|H(f)|^2 = \frac{5}{4} + \sin(2\pi f)$.
- B $|H(f)|^2 = \frac{5}{4} - \cos(2\pi f)$.
- C $|H(f)|^2 = \frac{1}{\frac{5}{4} - \sin(2\pi f)}$.
- D $|H(f)|^2 = \frac{1}{\frac{5}{4} + \sin(2\pi f)}$.
- E $|H(f)|^2 = \frac{5}{4} + \cos(2\pi f)$.
- F $|H(f)|^2 = \frac{1}{\frac{5}{4} + \cos(2\pi f)}$.

Question 29 Soit $(x(t))_{t\in\mathbb{R}}$ un signal à valeurs réelles et bande limitée $[-B, B]$ et soit $f_0 \gg B$. On considère $(y(t))_{t\in\mathbb{R}}$ défini par $y(t) = x(t)\cos(2\pi f_0 t)$.

- A La bande de fréquences occupée par $(y(t))_{t\in\mathbb{R}}$ est $[-f_0, +f_0]$; ce n'est pas un signal bande étroite.
- B La bande de fréquences occupée par $(y(t))_{t\in\mathbb{R}}$ est $[B - f_0, B + f_0] \cup [-B - f_0, -B + f_0]$; c'est un signal bande étroite.
- C La bande de fréquences occupée par $(y(t))_{t\in\mathbb{R}}$ est $[-f_0 + B, f_0 - B]$; c'est un signal bande étroite.
- D La bande de fréquences occupée par $(y(t))_{t\in\mathbb{R}}$ est $[B - f_0, B + f_0]$; ce n'est pas un signal bande étroite.
- E La bande de fréquences occupée par $(y(t))_{t\in\mathbb{R}}$ est $[f_0 - B, f_0 + B] \cup [-f_0 - B, -f_0 + B]$; c'est un signal bande étroite.

Question 30 Soit le filtre numérique de réponse en fréquence $H(f)$ dont le module au carré est donné par:

$$|H(f)|^2 = \frac{5}{4} - \cos(2\pi f)$$

De quel type est ce filtre?

- A Passe-bande
- B Passe-haut
- C Coupe-bande
- D Oscillateur
- E Passe-bas
- F *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

Question 31 L'algorithme de transformée de Fourier rapide (FFT):

A est un algorithme rapide basé sur le théorème des résidus et qui permet le calcul de la transformée de Fourier des signaux à temps continu.

B est un algorithme rapide basé sur les propriétés fondamentales de la transformée de Fourier (linéarité, changement de variables, Parseval,...). Il permet le calcul de la transformée de Fourier des signaux à temps continu.

C est un algorithme rapide basé sur les propriétés du filtrage à temps continu et qui est utilisé dans les analyseurs de spectre analogiques.

D est un algorithme rapide pour le calcul du produit matriciel de l'équation (1) ci-dessous lorsque N est une puissance de deux.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & w & w^2 & \cdots & w^{N-1} \\ 1 & w^2 & w^4 & \cdots & w^{2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & w^{N-1} & w^{2(N-1)} & \cdots & w^{(N-1)^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_N \end{pmatrix} \qquad \text{avec: } w = e^{\mathrm{i}2\pi/N} \tag{1}$$

Question 32 Comment s'écrit la relation de Parseval pour un signal temps discret $(x_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ de transformée de Fourier temps discret $X(f)$?

A $\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x_n|^2 = \int_{-1/2}^{1/2} |X(f)|^2\, df.$

C $\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x_n| = \int_{-1/2}^{1/2} |X(f)|\, df.$

B $\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x_n|^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(f)|^2\, df.$

D $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} |x_n| = \int_{0}^{1} |X(f)|\, df.$

Question 33 Un filtre à temps discret défini par sa réponse impulsionnelle $(h_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ ou par sa transformée en z $H[z]$ est stable si et seulement si:

A Le domaine de convergence de $H[z]$ est un disque de rayon $R \in \mathbb{R}_+^*$.

B L'ensemble $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1\}$ est inclus dans le domaine de convergence de $H[z]$.

C $\lim_{n\to+\infty} h_n = 0$.

D Le domaine de convergence de $H[z]$ est du type $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| > R\}$, où $R \in \mathbb{R}_+^*$.

Question 34 Un signal sinusoïdal pur de fréquence 111Hz est échantillonné. La durée entre deux échantillons est de 0,01s.

A La condition d'échantillonnage de Shannon n'est pas respectée. Il y a repliement de spectre et une raie est repliée à 20Hz.

B La condition d'échantillonnage de Shannon n'est pas respectée. Il y a repliement de spectre et une raie est repliée à 89Hz.

C La condition d'échantillonnage de Shannon est respectée.

D La condition d'échantillonnage de Shannon n'est pas respectée. Il y a repliement de spectre et une raie est repliée à 18Hz.

Question 35 Soit la fonction de transfert en z:

$$H[z] = \frac{1}{(z^{-1}-4)(z^{-1}-2)}$$

Parmi les filtres de fonction de transfert donnée par $H[z]$, on peut dire que:

- A Celui qui est stable est non causal.
- B Celui qui est stable est causal.
- C Celui qui est causal est instable.
- D Il n'existe pas de filtre dont la fonction de transfert soit $H[z]$.

Question 36 Si $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -3 & 4 \end{bmatrix}$ et si on note $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_0 & X_1 & X_2 & X_3 \end{bmatrix}$ la transformée de Fourier discrète de la suite d'échantillons contenus dans le vecteur x, que vaut X_0?

- A 8
- B 0
- C $+\sqrt{2} - i2\pi$
- D -28

Question 37 ♣ Soit $x(t)$ un signal et $X(f)$ sa transformée de Fourier (ce que l'on note par: $x(t) \xrightarrow{\text{TF}} X(f)$). Alors:

- A $x(t+t_0) \xrightarrow{\text{TF}} X(ft_0)$
- B si $x(t)$ est réel, alors $X(f) = X(-f)^*$.
- C $x(t)e^{i2\pi f_0 t} \xrightarrow{\text{TF}} X(f-f_0)$
- D $x(at) \xrightarrow{\text{TF}} aX(af)$
- E *Aucune de ces réponses n'est correcte.*

TELECOM SudParis

Examen SIC3601
Contrôle final 1
05/06/2023

NOM et Prénom:

....

Les réponses sont à donner sur cette feuille uniquement.
Il est impératif de **noircir complètement les cases des bonnes réponses**
(utilisation possible d'un correcteur blanc pour rectifier une erreur).
PAS DE CROIX, NI DE CASES ENTOURÉES, STYLO NOIR OU BLEU FONCÉ UNIQUEMENT.

1 Questions sur TD9

Question 1 : A B C D

Question 2 : A B C D

Question 3 : A B C D

2 Questions indépendantes

Question 4 : A B C D E F

Question 5 : A B C D

Question 6 : A B C D

Question 7 : A B C D E

Question 8 : A B C D E

Question 9 : A B C D

Question 10 : A B C D

Question 11 : A B C D E

Question 12 : A B C D

Question 13 : A B C D

Question 14 : A B C D

Question 15 : A B C D E

Question 16 : A B C D

Question 17 : A B C D

Question 18 : A B C D E F G

Question 19 : A B C D

Question 20 : A B C D

Question 21 : A B C D

Question 22 : A B C D

Question 23 : A B C D

Question 24 : A B C D E

Question 25 : A B C D E F G

Question 26 : A B C D E F

Question 27 : A B C D

Question 28 : A B C D E F

Question 29 : A B C D E

Question 30 : A B C D E F

Question 31 : A B C D

Question 32 : A B C D

Question 33 : A B C D

Question 34 : A B C D

Question 35 : A B C D

Question 36 : A B C D

Question 37 : A B C D E