TELECOM SudParis
Cours de traitement du signal SIC3501.

TP 2

Filtrage

Ce TP aborde le problème du filtrage numérique. On souhaite filtrer un signal noté x_n par un filtre passe-bas de fréquence de coupure normalisée f_0. Le résultat du filtrage est noté y_n.

1 Génération d'un signal

Dans tout le TP, on générera un signal aléatoirement.

1– On note $(x_n)_{n=0\ldots T-1}$ des échantillons d'un bruit blanc numérique de puissance unité. Le nombre d'échantillons T est à choisir judicieusement. Générer un vecteur `x` *contenant ces échantillons.*

2– Prendre la transformée de Fourier discrète de `x`*, que l'on appellera* `X`*, puis afficher le spectre du signal en fonction de la fréquence normalisée.*

2 Filtrage dans le domaine des fréquences

Dans un premier temps, nous souhaitons utiliser la transformée de Fourier discrète pour effectuer le filtrage. Le filtre appliqué est un filtre passe-bas idéal de fréquence de coupure f_0 (réponse en fréquence égale à un dans la bande et zéro en dehors).

3– A partir de `X`*, calculer* `Y`*, transformée de Fourier discrète du signal filtré y_n.*

4– Retrouver et afficher le signal y_n.

5– Faire varier f_0, observer et commenter.

3 Filtre RIF

On souhaite maintenant effectuer le filtrage passe-bas par un filtre RIF. Le calcul d'un filtre RIF qui approxime le filtre passe-bas idéal a été fait en TD (exercice 12). On notera L la longueur de la réponse impulsionnelle et on supposera le filtre causal.

3.1 Filtrage du signal

6– Prendre dans un premier temps $L = 5$ et calculer la réponse impulsionnelle du filtre que l'on stockera dans un vecteur noté `h`*.*

7– Calculer la filtrée y_n du signal x_n par le filtre dont la réponse impulsionnelle est dans `h`*. Pour ce faire, on pourra utiliser et comparer les méthodes suivantes :*

- *Utiliser la fonction* `filter`.
- *Utiliser la fonction* `conv`.
- *Mettre l'équation de convolution sous forme d'un produit matriciel (fonction matlab utile :* `toeplitz`*).*

8– *Tracer le spectre du signal* y_n.

9– *Tracer la réponse en fréquence du filtre dont la réponse impulsionnelle est dans* `h`.

10– *Faire varier* f_0 *et* L*, observer et commenter.*

3.2 Filtrage dans le domaine des fréquences

On souhaite ici vérifier que, à des erreurs de calcul machine près, l'opération de convolution du filtre correspond bien à une multiplication dans le domaine des fréquences (multiplication de la réponse en fréquence et de la transformées de Fourier).

11– *Prendre la transformée de Fourier discrète du signal* x_n.

12– *Calculer la réponse en fréquence du filtre dont la réponse impulsionnelle est dans* `h`. *Cette réponse en fréquence est à calculer en les mêmes fréquences que celles de la transformée de Fourier discrète précédente : on utilisera la technique du bourrage de zéros afin d'avoir un nombre suffisant de points.*

13– *Calculer la transformée de Fourier discrète du signal filtré et comparer avec la sortie du filtre lorsqu'elle est calculée par l'équation de convolution.*

4 Filtre RII

Matlab dispose de fonctions intégrées pour la synthèse de filtres. A l'aide de l'une de ces fonctions, un filtre passe-bas, de fréquence de coupure $f_0 = 0.1$ a été synthétisé et sa fonction de transfert en z est donnée par :

$$\frac{0.0539 + 0.0074s^{-1} + 0.0539z^{-2}}{1 - 1.5259z^{-1} + 0.6479z^{-2}}$$

14– *Représenter les pôles et les zéros de ce filtre (fonction* `zplane`*). Que peut-on dire de la stabilité ?*

15– *Tracer la réponse en fréquence du filtre (on pourra utiliser la fonction* `freqz`*).*

16– *Filtrer le signal* x_n *précédent par le filtre ci-dessus.*

17– *Comparer le filtre ci-dessus avec le filtre RIF précédent de même fréquence de coupure.*

18– *Au vu de l'exemple ci-dessus, que peut-on dire de façon générale à propos de la comparaison des filtres RII et RIF ?*